



# RELACIÓN DE SABERES INDISPENSABLES

MATEMÁTICAS I

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS  
CURSO 2022-23



4. Halla el resultado de estas operaciones, expresándolo en notación científica con tres cifras significativas. Calcula el error absoluto y el error relativo cometidos al dar dicha aproximación:

a)  $\frac{12,5 \cdot 10^{14} - 3,2 \cdot 10^{13} + 12 \cdot 10^{12}}{1,7 \cdot 10^{-5}}$       b)  $\frac{4,75 \cdot 10^{18} - 3,6 \cdot 10^{17} + 15 \cdot 10^{16}}{2,35 \cdot 10^{-3}}$

5. Dados  $A = 2,28 \cdot 10^7$ ;  $B = 2 \cdot 10^{-4}$  y  $C = 4,3 \cdot 10^5$ , determina:

a)  $\frac{A}{B} + A \cdot C$       b)  $\frac{A+C}{A-C}$       c)  $A + C : B$

Da el resultado con tres cifras significativas y calcula el error absoluto y el error relativo que se comete al hacer la aproximación correspondiente.

6. Escribe en forma de potencia de exponente fraccionario y simplifica:

a)  $\frac{\sqrt[6]{x^4} \cdot \sqrt[3]{x^2}}{\sqrt[3]{x^{-1}}}$       e)  $(\sqrt[4]{x^5} : \sqrt{x})^{4/3}$

b)  $\left(\frac{\sqrt[3]{a^5}}{\sqrt{a}}\right)^{12/7}$       f)  $\frac{\sqrt[3]{a^2} \cdot \sqrt{a}}{\sqrt[6]{a^{-1}}}$

c)  $\frac{\sqrt[3]{a} \cdot \sqrt{a^7}}{\sqrt[6]{a}}$       g)  $(\sqrt[5]{2^3} : \sqrt{2})^{20}$

d)  $\frac{\sqrt[4]{5^3}}{\sqrt{5}}$       h)  $\sqrt[5]{x^2} \cdot \sqrt[3]{x^2}$

7. Racionaliza y efectúa, simplificando al máximo la siguiente expresión:

a)  $\frac{12}{\sqrt{6} + \sqrt{2}}$       d)  $\frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{2} + 1}$

b)  $\frac{5}{4\sqrt[3]{b^2}}$       e)  $\frac{3 + \sqrt{2}}{3 - \sqrt{2}}$

c)  $\frac{8}{\sqrt{2}} - \frac{3}{\sqrt{3} - \sqrt{2}}$       f)  $\frac{1 + \sqrt{5}}{\sqrt{5} - 1} + \frac{1 - \sqrt{5}}{\sqrt{5} + 1}$

8. Simplifica al máximo las siguientes expresiones:

a)  $\sqrt{18} \cdot \sqrt{\frac{45}{10}}$       d)  $\frac{\sqrt[4]{27} \cdot \sqrt[3]{9} \cdot (\sqrt[3]{\sqrt{3}})^6}{\sqrt[3]{81}}$

b)  $\sqrt{\frac{5}{7}} \cdot \sqrt{\frac{343}{125}}$       e)  $\frac{\sqrt{6+3\sqrt{3}}}{4\sqrt{3}}$

c)  $\sqrt[3]{\sqrt{x}} \cdot \sqrt[3]{x^2}$       f)  $\frac{\sqrt[3]{abc} \cdot \sqrt[3]{ab^3}}{\sqrt{ab}}$

9. Extrae factores y simplifica las expresiones:

a)  $\sqrt{147} - 2\sqrt{243}$       d)  $\sqrt{20} - \sqrt{12} + \sqrt{40}$



2. Simplifica factorizando previamente:

a)  $\frac{6x^3 - 19x^2 + x + 6}{6x^4 - x^3 - 56x^2 + 9x + 18}$

b)  $\frac{2x^3 - 2x}{x^3 + 3x^2 + 2x}$

3. Halla el valor de  $m$  para que el polinomio  $5x^4 + 10x^3 + mx^2 + 7x + 2$  sea divisible por el monomio  $x + 2$ .

4. Encuentra las soluciones de las ecuaciones siguientes con radicales y con denominadores:

a)  $\frac{x+4}{2} = \sqrt{x+3}$

d)  $\frac{2x-1}{x} + \frac{4}{x-1} = \frac{11}{2}$

b)  $\sqrt{x+5} - x = 3$

e)  $\frac{4x}{x+2} = \frac{x}{2-x} + \frac{14}{3}$

c)  $\sqrt{2x-3} - \sqrt{x-5} = 2$

f)  $\sqrt{x+2} + \sqrt{4x+3} = \frac{7}{2}$

5. Resuelve las ecuaciones polinómicas, bicuadradas o reducibles a bicuadradas:

a)  $(x^2 + 2)(x^2 - 2x + 1) + 3x^3 = 7x^2 + 2$

f)  $x^4 - 48x^2 - 49 = 0$

b)  $8x^2(x-3)^2 - 12(2x+1) = x \cdot (2x^2 - 7x + 1)$

g)  $x^4 - 4x^2 + 3 = 0$

c)  $x \cdot (x+4) - 5 = \frac{x \cdot (x-1)}{3}$

h)  $4x^4 - 5x^2 - 9 = 0$

d)  $\frac{x^2}{2} - 4x = 3 + \frac{x^2 - 12}{4}$

i)  $x^6 - 9x^3 + 8 = 0$

e)  $x^2 + \frac{15}{4} = \frac{3x^2 - x + 3}{4} + 3$

j)  $x^8 + 4x^4 - 5 = 0$

6. Resuelve las ecuaciones exponenciales y logarítmicas que se dan a continuación:

a)  $3^x + \frac{1}{3^x} - \frac{1}{3} = \frac{79}{9}$

f)  $\ln(3x - 1) = \ln 2 + \ln(4x - 6)$

b)  $8^x + 2^{2x+1} - 5 \cdot 2^x - 6 = 0$

g)  $\log(\sqrt{2x+3} + x + 4) = 1$

c)  $3^{3x-3} - 5 \cdot 3^{x-1} - 12 = 0$

h)  $\ln\left(\sqrt{x+1} - \frac{x}{4}\right) = 0$

d)  $2^{x-1} - 2^{x+1} + \frac{3}{4} = 0$

i)  $\log(x-2) + \log(x-3) = \log 6$

e)  $2^{x-1} - 2^x + \frac{1}{2^x} = \frac{7}{2}$

j)  $\log(x-3)^2 + \log 4 = \log x$

7. Clasifica los siguientes sistemas de ecuaciones en compatibles o incompatibles aplicando el método de Gauss y resuelve los que sí tengan solución única.

a) 
$$\begin{cases} x + y + 2z = 6 \\ x - 3y - z = 1 \\ x - y - z = -1 \end{cases}$$

e) 
$$\begin{cases} x - y + 2z = 7 \\ x + y - 3z = -5 \\ 2x - y + 2z = 9 \end{cases}$$

b) 
$$\begin{cases} x + y - z = 2 \\ 2x - 2y + 3z = 1 \\ x + 2y - z = 4 \end{cases}$$

f) 
$$\begin{cases} x + 2y - 3z = -8 \\ 2x - 5y + z = 5 \\ x - 7y + 4z = 1 \end{cases}$$

c) 
$$\begin{cases} x - 2y + z = 6 \\ 3x + y - z = 7 \\ x - y + 2z = 6 \end{cases}$$

g) 
$$\begin{cases} x + 2y - 2z = 6 \\ x - 3y + z = -7 \\ 2x - y + z = -3 \end{cases}$$

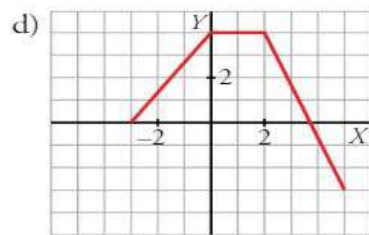
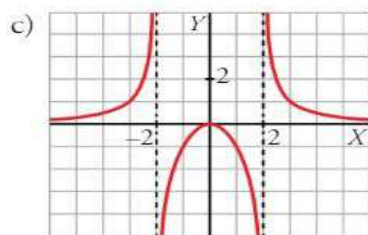
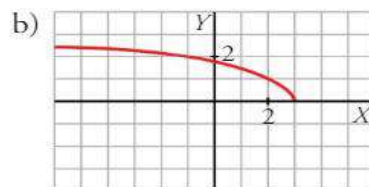
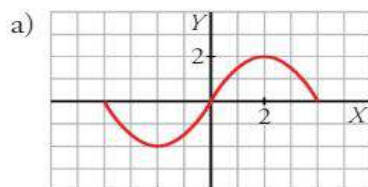
d) 
$$\begin{cases} x + y + 3z = 5 \\ 5x + 4y + 7z = 2 \\ -3x - y + 7z = 31 \end{cases}$$

h) 
$$\begin{cases} x - y + 2z = 7 \\ 2x - y + 2z = 9 \\ -x + 2y - 4z = -12 \end{cases}$$



## ANÁLISIS

1. Observa las gráficas de estas funciones e indica cuál es su dominio de definición y su recorrido:



2. Halla el dominio de definición de las siguientes funciones:

a)  $f(x) = x^3 - x^2$

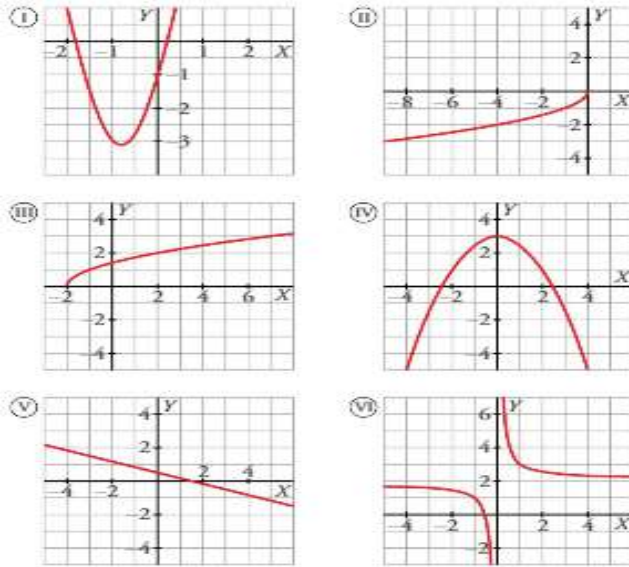
c)  $f(x) = \frac{3x}{(2x-6)^2}$

b)  $f(x) = \sqrt{4 - 2x}$

d)  $f(x) = \sqrt{5x - x^2}$

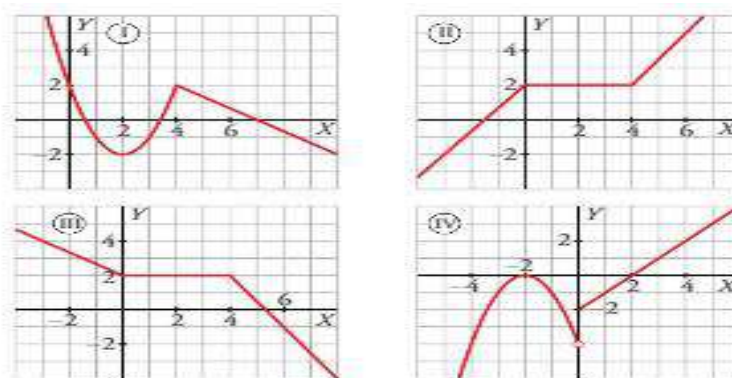
3. Asocia cada gráfica con su expresión analítica:

- a)  $f(x) = -0,5x^2 + 3$                       d)  $f(x) = \sqrt{x+2}$   
 b)  $f(x) = 3x^2 + 5x - 1$                       e)  $f(x) = \frac{1}{x} + 2$   
 c)  $f(x) = \frac{1}{2} - \frac{x}{3}$                                       f)  $f(x) = -\sqrt{-x}$



4. Asocia a cada gráfica su expresión analítica:

- a)  $f(x) = \begin{cases} 2 - \frac{2x}{3} & \text{si } x < 0 \\ 2 & \text{si } 0 \leq x \leq 4 \\ 8 - \frac{3x}{2} & \text{si } x > 4 \end{cases}$                       c)  $f(x) = \begin{cases} 2 + \frac{4x}{3} & \text{si } x < 0 \\ 2 & \text{si } 0 \leq x \leq 4 \\ \frac{3x}{2} - 4 & \text{si } x > 4 \end{cases}$   
 b)  $f(x) = \begin{cases} x^2 - 4x + 2 & \text{si } x < 4 \\ \frac{14-2x}{3} & \text{si } x \geq 4 \end{cases}$                       d)  $f(x) = \begin{cases} -(x+2)^2 & \text{si } x < 0 \\ x-2 & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$



5. Representa las siguientes funciones:

- a)  $f(x) = -0,5x^2 + 2x - 2$     b)  $f(x) = |5 + 2x|$     c)  $f(x) = \begin{cases} 1 - x^2 & \text{si } x \leq 0 \\ x + 3 & \text{si } x > 0 \end{cases}$

6. Sean las funciones  $f(x) = \frac{x^2}{3}$  y  $g(x) = x + 1$ . Determina la expresión analítica de:

- a)  $f \circ g$       b)  $g \circ g$       c)  $g \circ f$       d)  $g \circ g \circ f$

7. Calcula los siguientes límites en el punto que se indica o en el infinito:

- a)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3}{x-2}$       d)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} -x^2 + 3x + 5$       g)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} -\frac{1}{x^2}$   
 b)  $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos x - 1)$       e)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} x - 3x^4$       h)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{3x}$   
 c)  $\lim_{x \rightarrow 2} \sqrt{x^2 - 3x + 5}$       f)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} 5x^3 + 7x$       i)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3 - 1}{-5}$

8. Calcula los siguientes límites en el punto que se indica. (si hay indeterminación, recuerda que se soluciona factorizando y simplificando):

- a)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x}{x^2 - 2x}$       e)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x^2 + 3x}{x}$   
 b)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x - 1}$       f)  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + 1}{x^2 + x}$   
 c)  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x + 2}{x^2 - 4}$       g)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - x - 2}{x - 2}$   
 d)  $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x + 3}{x^2 + 4x + 3}$       h)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4 - 1}{x^2 - 1}$

9. Calcula los siguientes límites y representa las ramas que obtengas:

- a)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3}{(x-1)^2}$       e)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-2x^2}{3-x}$   
 b)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-1}{x^2 - 1}$       f)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{(2-x)^3}$   
 c)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x-1}{x+2}$       g)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2+5}{1-x}$   
 d)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2-3x}{x+3}$       h)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3-2x}{5-2x}$

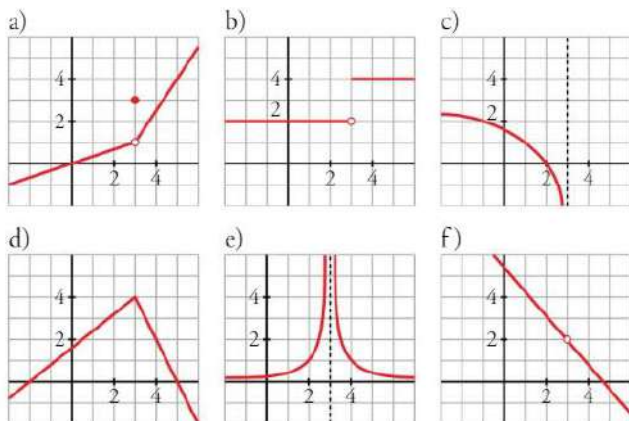
10. Halla las asíntotas de las siguientes funciones y sitúa la curva respecto a ellas:

- a)  $f(x) = \frac{x^2}{x^2 + 4}$       d)  $f(x) = \frac{3}{x^2 + 1}$   
 b)  $f(x) = \frac{2x^2 - 1}{x^2}$       e)  $f(x) = \frac{x^4}{x - 1}$   
 c)  $f(x) = \frac{-1}{(x+2)^2}$       f)  $f(x) = \frac{3x^3}{x^2 - 1}$



## CONTINUIDAD

1. ¿Cuál de estas funciones son continuas en  $x=3$ ? Señala en cada una de las otras, las razones de su discontinuidad:



2. Comprueba que solo una de las siguientes funciones es continua en  $x = 1$ . Explica la razón de la discontinuidad de las demás.

a)  $f(x) = \begin{cases} x+2 & \text{si } x < 1 \\ 3 & \text{si } x > 1 \end{cases}$       c)  $f(x) = \begin{cases} 2x & \text{si } x \neq 1 \\ -1 & \text{si } x = 1 \end{cases}$

b)  $f(x) = \begin{cases} -2 & \text{si } x < 1 \\ x-3 & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$       d)  $f(x) = \frac{1}{x-1}$

3. Estudia la continuidad de las siguientes funciones a trozos definiendo primero su dominio e indicando el tipo de discontinuidad en su caso:

a)  $f(x) = \begin{cases} 3-x & \text{si } x < -1 \\ x^2+3 & \text{si } x \geq -1 \end{cases}$       c)  $f(x) = \begin{cases} 5-x & \text{si } x < 3 \\ \frac{2}{x-2} & \text{si } x \geq 3 \end{cases}$

b)  $f(x) = \begin{cases} \sqrt{4-x} & \text{si } x < 0 \\ x-2 & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$       d)  $f(x) = \begin{cases} 3-x^2 & \text{si } x < 2 \\ 2x-6 & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$

4. Determina los valores de los parámetros a y b para que las siguientes funciones sean continuas:

a)  $f(x) = \begin{cases} 3x+b & \text{si } x < -2 \\ 4 & \text{si } -2 \leq x \leq 3 \\ ax-2 & \text{si } x > 3 \end{cases}$       b)  $f(x) = \begin{cases} x^2-ax & \text{si } x < 1 \\ b & \text{si } x = 1 \\ 2^x & \text{si } x > 1 \end{cases}$

## DERIVADAS

Calcula la función derivada de:

1.  $f(x) = \frac{2x^3}{3} - \frac{x^2}{2} + 1$

2.  $f(x) = 4x^3 - 6x^2 + 9x - 8$

3.  $f(x) = \cos x - \ln x$

4.  $f(x) = 5^x \cdot x^5$
5.  $f(x) = e^{\text{sen}(x^2)}$
6.  $f(x) = \sqrt[4]{x} \cdot \text{sen } x$
7.  $f(x) = \sqrt[3]{x^2} \cdot \ln x$
8.  $f(x) = \frac{3x-1}{x^2-2}$
9.  $f(x) = \frac{1-x^2}{x-3}$
10.  $f(x) = \frac{3x^2}{2x+3}$
11.  $f(x) = \frac{x^2-x}{(x+1)^2}$
12.  $f(x) = \left(\frac{5x}{3x^2-7x}\right)^4$
13.  $f(x) = \sqrt{\frac{4x^3+1}{6x}}$
14.  $f(x) = \sqrt{\ln(3x^4 - 2x)}$
15.  $f(x) = \cos(2^{3x-5})$
16.  $f(x) = 3\text{sen}^2(5 - x)$
17.  $f(x) = \ln(\text{tg}(1 + x^2))$
18.  $f(x) = (x^2 - 1) \cdot e^{3x+1}$
19.  $f(x) = \text{sen}^2\left(\frac{x+1}{2x-3}\right)$
20.  $f(x) = \ln(\sqrt{x + x^2})$

## GEOMETRÍA

1. Dados los vectores  $\vec{u} = (2, 1)$ ,  $\vec{v} = \left(\frac{1}{3}, 2\right)$  y  $\vec{w} = (-1, 3)$ . Calcula:  
a)  $\vec{u} \cdot \vec{v}$       b)  $(2\vec{u} + 3\vec{v}) \cdot \vec{w}$       c)  $(\vec{u} \cdot \vec{w}) \cdot \vec{u}$       d)  $|\vec{u}|$
2. Dados los vectores  $\vec{a} = (1, x)$  y  $\vec{b} = \left(\frac{3}{5}, \frac{-4}{5}\right)$ .  
a) Calcula  $x$  para que  $\vec{a}$  y  $\vec{b}$  sean perpendiculares.  
b) Halla dos vectores unitarios perpendiculares a  $\vec{b}$
3. Calcula  $m$  de modo que el producto escalar de  $\vec{a} = (3, -2)$  y  $\vec{b} = (m, 5)$  sea igual a 5.
4. Considera los vectores  $\vec{x} = (a, 3)$  e  $\vec{y} = (-1, b)$ . Halla los valores de  $a$  y  $b$  para que  $\vec{x}$  e  $\vec{y}$  sean perpendiculares y el módulo de  $\vec{x}$  sea igual a 5.
5. Calcula  $k$  para que las rectas  $r: x + 2y - 3 = 0$  y  $s: x - ky + 4 = 0$  sean:  
a) Paralelas      b) Perpendiculares.

6. ¿Qué ángulo forman los vectores  $\vec{u} = (-3, 1)$  y  $\vec{v} = (4, -3)$ ? ¿Y los vectores  $\vec{w} = (4, -5)$  y  $\vec{s} = (5, 4)$ ?
7. Calcula  $x$  para que los vectores  $\vec{u} = (3, 4)$  y  $\vec{v} = (1, x)$  sean:
  - a) Ortogonales
  - b) Paralelos
  - c) Formen un ángulo de  $60^\circ$ .
8. Halla el simétrico del punto  $P(3, 2)$  respecto de la recta  $2x+y-3=0$ .
9. Una recta pasa por el punto  $A(-1, 3)$  y tiene por vector director a  $\vec{v} = (2, 5)$ .  
Escribe su ecuación vectorial, paramétrica, continua y general.
10. Halla, en cada caso, la ecuación de la recta que pasa por el punto  $P(4, -2)$  y es:
  - a) Paralela a la recta  $2x - y + 3 = 0$ . En forma paramétrica.
  - b) Perpendicular a la recta  $r : -x + y - 2 = 0$ . En forma continua.
  - c) Paralela a la recta  $2x - y + 1 = 0$ . En forma general.
  - d) Perpendicular a la recta  $2y + 5 = 0$ .

### TRIGONOMETRÍA

1. Demuestra la siguiente igualdad:  $\operatorname{sen} 2x \cdot \cos x - \operatorname{sen} x \cdot \cos 2x = \operatorname{sen} x$
2. Simplifica las expresiones siguientes:
  - a)  $(1 + \operatorname{tg}^2 x) \cdot \cos^2 x$
  - b)  $\frac{\sec^2 x - 1}{1 - \cos^2 x}$
3. Resuelve la siguiente ecuación:  $\cos^3 x - 3 \cos x = 3 \cos x \cdot \operatorname{sen} x$ .
4. Un piloto de un helicóptero está volando sobre una carretera recta. Él observa dos motos que están a 5 km de distancia entre sí, bajo un ángulo de  $100^\circ$ . Uno de los moteros ve el helicóptero bajo un ángulo de  $32^\circ$ . Determina la distancia del helicóptero al punto a cada una de las motos y la altitud del helicóptero.
5. En dos puertos, separados longitudinalmente por 20 km, se reciben a la vez señales de socorro de un barco que se encuentra en alta mar. El puerto A recibe la señal con un ángulo de  $75^\circ$  mientras que el B lo recibe bajo  $60^\circ$ . También se sabe que el barco está entre los dos puertos, pero perdido dentro del mar. Se pide calcular a qué distancia se encuentra de ellos.
6. Estamos en un punto A y medimos el ángulo bajo el que se ve un edificio. Sale  $42^\circ$ . Nos alejamos 40m y volvemos a medir el ángulo, obteniendo  $35^\circ$ . ¿Cuál es la altura del edificio y a qué distancia estábamos de él?
7. Una valla cuyo perímetro tiene forma triangular mide 20m en su lado mayor, 6m en otro y  $60^\circ$  en el ángulo que forman entre ambos. Calcula cuánto mide el perímetro de la valla.

