



RELACIÓN DE SABERES INDISPENSABLES

MATEMÁTICAS I

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS
CURSO 2022-23

4. Halla el resultado de estas operaciones, expresándolo en notación científica con tres cifras significativas. Calcula el error absoluto y el error relativo cometidos al dar dicha aproximación:

a) $\frac{12,5 \cdot 10^{14} - 3,2 \cdot 10^{13} + 12 \cdot 10^{12}}{1,7 \cdot 10^{-5}}$ b) $\frac{4,75 \cdot 10^{18} - 3,6 \cdot 10^{17} + 15 \cdot 10^{16}}{2,35 \cdot 10^{-3}}$

5. Dados $A = 2,28 \cdot 10^7$; $B = 2 \cdot 10^{-4}$ y $C = 4,3 \cdot 10^5$, determina:

a) $\frac{A}{B} + A \cdot C$ b) $\frac{A+C}{A-C}$ c) $A + C : B$

Da el resultado con tres cifras significativas y calcula el error absoluto y el error relativo que se comete al hacer la aproximación correspondiente.

6. Escribe en forma de potencia de exponente fraccionario y simplifica:

a) $\frac{\sqrt[6]{x^4} \cdot \sqrt[3]{x^2}}{\sqrt[3]{x^{-1}}}$ e) $(\sqrt[4]{x^5} : \sqrt{x})^{4/3}$

b) $\left(\frac{\sqrt[3]{a^5}}{\sqrt{a}}\right)^{12/7}$ f) $\frac{\sqrt[3]{a^2} \cdot \sqrt{a}}{\sqrt[6]{a^{-1}}}$

c) $\frac{\sqrt[3]{a} \cdot \sqrt{a^7}}{\sqrt[6]{a}}$ g) $(\sqrt[5]{2^3} : \sqrt{2})^{20}$

d) $\frac{\sqrt[4]{5^3}}{\sqrt{5}}$ h) $\sqrt[5]{x^2} \cdot \sqrt[3]{x^2}$

7. Racionaliza y efectúa, simplificando al máximo la siguiente expresión:

a) $\frac{12}{\sqrt{6} + \sqrt{2}}$ d) $\frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{2} + 1}$

b) $\frac{5}{4\sqrt[3]{b^2}}$ e) $\frac{3 + \sqrt{2}}{3 - \sqrt{2}}$

c) $\frac{8}{\sqrt{2}} - \frac{3}{\sqrt{3} - \sqrt{2}}$ f) $\frac{1 + \sqrt{5}}{\sqrt{5} - 1} + \frac{1 - \sqrt{5}}{\sqrt{5} + 1}$

8. Simplifica al máximo las siguientes expresiones:

a) $\sqrt{18} \cdot \sqrt{\frac{45}{10}}$ d) $\frac{\sqrt[4]{27} \cdot \sqrt[3]{9} \cdot (\sqrt[3]{\sqrt{3}})^6}{\sqrt[3]{81}}$

b) $\sqrt{\frac{5}{7}} \cdot \sqrt{\frac{343}{125}}$ e) $\frac{\sqrt{6+3\sqrt{3}}}{4\sqrt{3}}$

c) $\sqrt[3]{\sqrt{x}} \cdot \sqrt[3]{x^2}$ f) $\frac{\sqrt[3]{abc} \cdot \sqrt[3]{ab^3}}{\sqrt{ab}}$

9. Extrae factores y simplifica las expresiones:

a) $\sqrt{147} - 2\sqrt{243}$ d) $\sqrt{20} - \sqrt{12} + \sqrt{40}$

- b) $\sqrt{98} - 3\sqrt{18}$ e) $9 + -2\sqrt{3} - 8\sqrt{300} - 4\sqrt{27}$
c) $6\sqrt{45} - 3\sqrt{125}$ f) $3\sqrt[3]{125x^4} - 7\sqrt[3]{5x^7} + x^2\sqrt[3]{625x}$
10. Utilizando la definición de logaritmo, calcula:
- a) $\log_2 32 + \log_3 \sqrt[3]{81} - \ln \frac{1}{e^2}$
b) $\log_3 \frac{1}{81} + \log_2 \sqrt{8} - \ln e$
c) $\log_2 \frac{1}{8} + \log_3 \sqrt{27} - \ln 1$
11. Calcula el valor de x en cada caso, utilizando la definición de logaritmo:
- a) $\log_x 16 = 4$ b) $\log_3 x = 4$ c) $\log_2 64 = x$ d) $\log_x 64 = 3$
12. Sabiendo que $\ln 2 = 0,69$, calcula el logaritmo neperiano de:
- a) $\ln 4$ b) $\ln \sqrt{2}$ c) $\ln \sqrt[4]{8}$
13. Si sabemos que $\log x = 0,85$, calcula: $\log 100x - \log \frac{\sqrt[3]{x}}{1000}$
14. Utiliza las propiedades de los logaritmos para calcular el valor de las siguientes expresiones, teniendo en cuenta que $\log k = 1,2$:
- a) $\log \frac{\sqrt[4]{k}}{1000}$ b) $\log(100k^3)$ c) $\log \frac{100}{k^2}$
15. Si $\frac{1}{2} \log a - \log 5b = 0$, ¿qué relación existe entre a y b ?
16. Si $\log_b x = 2$, $\log_b y = -1$ y $\log_b z = 5$, calcula $\log_b \left(\frac{x^2 \cdot y^3}{z^4} \right)^2$ usando las propiedades de los logaritmos

ÁLGEBRA

1. Efectúa las siguientes operaciones y simplifica:
- a) $\left(\frac{x-1}{x+1} - \frac{3x}{x-1} \right) \cdot \left(\frac{x^3-x}{x^2+6x-1} \right)$ d) $\left(\frac{3}{x} - \frac{2x}{x+1} \right) \cdot \left(x + 2 + \frac{2}{x-1} \right)$
b) $\left(\frac{2x}{x-2} + \frac{3x-1}{x+2} - \frac{1}{x^2-4} \right) : \left(\frac{1}{x+2} \right)$ e) $\frac{(x-1)^2}{2} \cdot \frac{1}{x^2-1} - \frac{3x}{(x-1)^2}$
c) $\left(\frac{1}{(x-1)^2} + \frac{2}{x-1} + \frac{1}{x^2-1} \right) \cdot \left(\frac{x-1}{2} \right)$ f) $\left(\frac{2x-1}{x+1} - \frac{3x}{x-1} \right) \cdot \left(\frac{x^3-x}{x^2+6x-1} \right)$

2. Simplifica factorizando previamente:

a) $\frac{6x^3 - 19x^2 + x + 6}{6x^4 - x^3 - 56x^2 + 9x + 18}$

b) $\frac{2x^3 - 2x}{x^3 + 3x^2 + 2x}$

3. Halla el valor de m para que el polinomio $5x^4 + 10x^3 + mx^2 + 7x + 2$ sea divisible por el monomio $x + 2$.

4. Encuentra las soluciones de las ecuaciones siguientes con radicales y con denominadores:

a) $\frac{x+4}{2} = \sqrt{x+3}$

d) $\frac{2x-1}{x} + \frac{4}{x-1} = \frac{11}{2}$

b) $\sqrt{x+5} - x = 3$

e) $\frac{4x}{x+2} = \frac{x}{2-x} + \frac{14}{3}$

c) $\sqrt{2x-3} - \sqrt{x-5} = 2$

f) $\sqrt{x+2} + \sqrt{4x+3} = \frac{7}{2}$

5. Resuelve las ecuaciones polinómicas, bicuadradas o reducibles a bicuadradas:

a) $(x^2 + 2)(x^2 - 2x + 1) + 3x^3 = 7x^2 + 2$

f) $x^4 - 48x^2 - 49 = 0$

b) $8x^2(x-3)^2 - 12(2x+1) = x \cdot (2x^2 - 7x + 1)$

g) $x^4 - 4x^2 + 3 = 0$

c) $x \cdot (x+4) - 5 = \frac{x \cdot (x-1)}{3}$

h) $4x^4 - 5x^2 - 9 = 0$

d) $\frac{x^2}{2} - 4x = 3 + \frac{x^2 - 12}{4}$

i) $x^6 - 9x^3 + 8 = 0$

e) $x^2 + \frac{15}{4} = \frac{3x^2 - x + 3}{4} + 3$

j) $x^8 + 4x^4 - 5 = 0$

6. Resuelve las ecuaciones exponenciales y logarítmicas que se dan a continuación:

a) $3^x + \frac{1}{3^x} - \frac{1}{3} = \frac{79}{9}$

f) $\ln(3x - 1) = \ln 2 + \ln(4x - 6)$

b) $8^x + 2^{2x+1} - 5 \cdot 2^x - 6 = 0$

g) $\log(\sqrt{2x+3} + x + 4) = 1$

c) $3^{3x-3} - 5 \cdot 3^{x-1} - 12 = 0$

h) $\ln\left(\sqrt{x+1} - \frac{x}{4}\right) = 0$

d) $2^{x-1} - 2^{x+1} + \frac{3}{4} = 0$

i) $\log(x-2) + \log(x-3) = \log 6$

e) $2^{x-1} - 2^x + \frac{1}{2^x} = \frac{7}{2}$

j) $\log(x-3)^2 + \log 4 = \log x$

7. Clasifica los siguientes sistemas de ecuaciones en compatibles o incompatibles aplicando el método de Gauss y resuelve los que sí tengan solución única.

a)
$$\begin{cases} x + y + 2z = 6 \\ x - 3y - z = 1 \\ x - y - z = -1 \end{cases}$$

e)
$$\begin{cases} x - y + 2z = 7 \\ x + y - 3z = -5 \\ 2x - y + 2z = 9 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} x + y - z = 2 \\ 2x - 2y + 3z = 1 \\ x + 2y - z = 4 \end{cases}$$

f)
$$\begin{cases} x + 2y - 3z = -8 \\ 2x - 5y + z = 5 \\ x - 7y + 4z = 1 \end{cases}$$

c)
$$\begin{cases} x - 2y + z = 6 \\ 3x + y - z = 7 \\ x - y + 2z = 6 \end{cases}$$

g)
$$\begin{cases} x + 2y - 2z = 6 \\ x - 3y + z = -7 \\ 2x - y + z = -3 \end{cases}$$

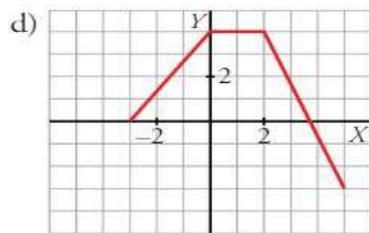
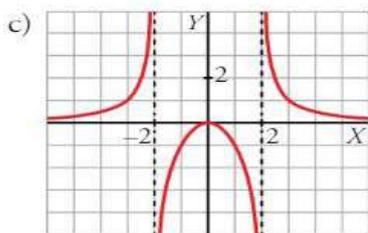
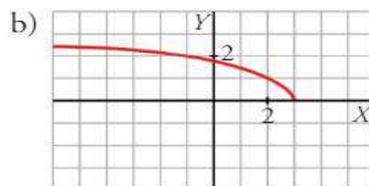
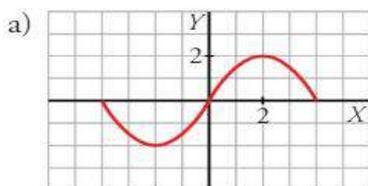
d)
$$\begin{cases} x + y + 3z = 5 \\ 5x + 4y + 7z = 2 \\ -3x - y + 7z = 31 \end{cases}$$

h)
$$\begin{cases} x - y + 2z = 7 \\ 2x - y + 2z = 9 \\ -x + 2y - 4z = -12 \end{cases}$$



ANÁLISIS

1. Observa las gráficas de estas funciones e indica cuál es su dominio de definición y su recorrido:



2. Halla el dominio de definición de las siguientes funciones:

a) $f(x) = x^3 - x^2$

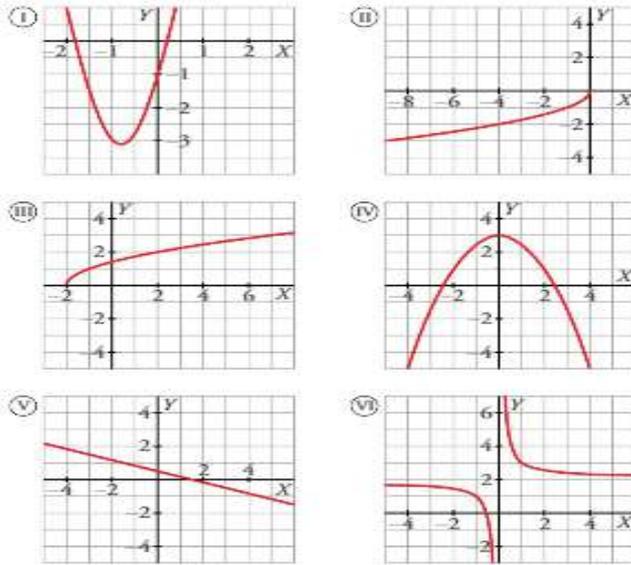
c) $f(x) = \frac{3x}{(2x-6)^2}$

b) $f(x) = \sqrt{4 - 2x}$

d) $f(x) = \sqrt{5x - x^2}$

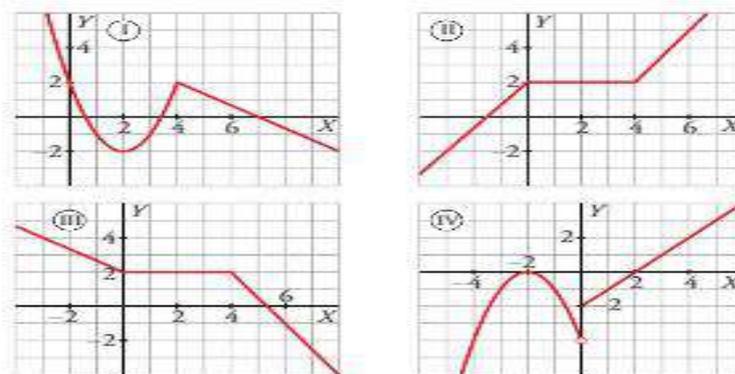
3. Asocia cada gráfica con su expresión analítica:

- a) $f(x) = -0,5x^2 + 3$ d) $f(x) = \sqrt{x+2}$
 b) $f(x) = 3x^2 + 5x - 1$ e) $f(x) = \frac{1}{x} + 2$
 c) $f(x) = \frac{1}{2} - \frac{x}{3}$ f) $f(x) = -\sqrt{-x}$



4. Asocia a cada gráfica su expresión analítica:

- a) $f(x) = \begin{cases} 2 - \frac{2x}{3} & \text{si } x < 0 \\ 2 & \text{si } 0 \leq x \leq 4 \\ 8 - \frac{3x}{2} & \text{si } x > 4 \end{cases}$ c) $f(x) = \begin{cases} 2 + \frac{4x}{3} & \text{si } x < 0 \\ 2 & \text{si } 0 \leq x \leq 4 \\ \frac{3x}{2} - 4 & \text{si } x > 4 \end{cases}$
 b) $f(x) = \begin{cases} x^2 - 4x + 2 & \text{si } x < 4 \\ \frac{14-2x}{3} & \text{si } x \geq 4 \end{cases}$ d) $f(x) = \begin{cases} -(x+2)^2 & \text{si } x < 0 \\ x-2 & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$



5. Representa las siguientes funciones:

- a) $f(x) = -0,5x^2 + 2x - 2$ b) $f(x) = |5 + 2x|$ c) $f(x) = \begin{cases} 1 - x^2 & \text{si } x \leq 0 \\ x + 3 & \text{si } x > 0 \end{cases}$

6. Sean las funciones $f(x) = \frac{x^2}{3}$ y $g(x) = x + 1$. Determina la expresión analítica de:

- a) $f \circ g$ b) $g \circ g$ c) $g \circ f$ d) $g \circ g \circ f$

7. Calcula los siguientes límites en el punto que se indica o en el infinito:

- a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3}{x-2}$ d) $\lim_{x \rightarrow +\infty} -x^2 + 3x + 5$ g) $\lim_{x \rightarrow +\infty} -\frac{1}{x^2}$
 b) $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos x - 1)$ e) $\lim_{x \rightarrow +\infty} x - 3x^4$ h) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{3x}$
 c) $\lim_{x \rightarrow 2} \sqrt{x^2 - 3x + 5}$ f) $\lim_{x \rightarrow +\infty} 5x^3 + 7x$ i) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3 - 1}{-5}$

8. Calcula los siguientes límites en el punto que se indica. (si hay indeterminación, recuerda que se soluciona factorizando y simplificando):

- a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x}{x^2 - 2x}$ e) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x^2 + 3x}{x}$
 b) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x - 1}$ f) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + 1}{x^2 + x}$
 c) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x + 2}{x^2 - 4}$ g) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - x - 2}{x - 2}$
 d) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x + 3}{x^2 + 4x + 3}$ h) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4 - 1}{x^2 - 1}$

9. Calcula los siguientes límites y representa las ramas que obtengas:

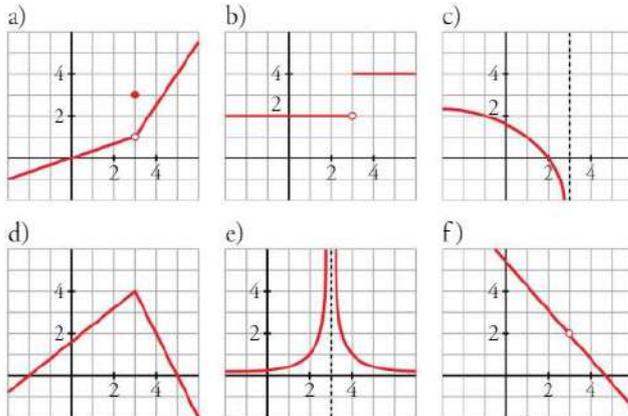
- a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3}{(x-1)^2}$ e) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-2x^2}{3-x}$
 b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-1}{x^2 - 1}$ f) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{(2-x)^3}$
 c) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x-1}{x+2}$ g) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2+5}{1-x}$
 d) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2-3x}{x+3}$ h) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3-2x}{5-2x}$

10. Halla las asíntotas de las siguientes funciones y sitúa la curva respecto a ellas:

- a) $f(x) = \frac{x^2}{x^2+4}$ d) $f(x) = \frac{3}{x^2+1}$
 b) $f(x) = \frac{2x^2-1}{x^2}$ e) $f(x) = \frac{x^4}{x-1}$
 c) $f(x) = \frac{-1}{(x+2)^2}$ f) $f(x) = \frac{3x^3}{x^2-1}$

CONTINUIDAD

1. ¿Cuál de estas funciones son continuas en $x=3$? Señala en cada una de las otras, las razones de su discontinuidad:



2. Comprueba que solo una de las siguientes funciones es continua en $x = 1$. Explica la razón de la discontinuidad de las demás.

a) $f(x) = \begin{cases} x+2 & \text{si } x < 1 \\ 3 & \text{si } x > 1 \end{cases}$ c) $f(x) = \begin{cases} 2x & \text{si } x \neq 1 \\ -1 & \text{si } x = 1 \end{cases}$

b) $f(x) = \begin{cases} -2 & \text{si } x < 1 \\ x-3 & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$ d) $f(x) = \frac{1}{x-1}$

3. Estudia la continuidad de las siguientes funciones a trozos definiendo primero su dominio e indicando el tipo de discontinuidad en su caso:

a) $f(x) = \begin{cases} 3-x & \text{si } x < -1 \\ x^2+3 & \text{si } x \geq -1 \end{cases}$ c) $f(x) = \begin{cases} 5-x & \text{si } x < 3 \\ \frac{2}{x-2} & \text{si } x \geq 3 \end{cases}$

b) $f(x) = \begin{cases} \sqrt{4-x} & \text{si } x < 0 \\ x-2 & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$ d) $f(x) = \begin{cases} 3-x^2 & \text{si } x < 2 \\ 2x-6 & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$

4. Determina los valores de los parámetros a y b para que las siguientes funciones sean continuas:

a) $f(x) = \begin{cases} 3x+b & \text{si } x < -2 \\ 4 & \text{si } -2 \leq x \leq 3 \\ ax-2 & \text{si } x > 3 \end{cases}$ b) $f(x) = \begin{cases} x^2-ax & \text{si } x < 1 \\ b & \text{si } x = 1 \\ 2^x & \text{si } x > 1 \end{cases}$

DERIVADAS

Calcula la función derivada de:

- $f(x) = \frac{2x^3}{3} - \frac{x^2}{2} + 1$
- $f(x) = 4x^3 - 6x^2 + 9x - 8$
- $f(x) = \cos x - \ln x$

4. $f(x) = 5^x \cdot x^5$
5. $f(x) = e^{\text{sen}(x^2)}$
6. $f(x) = \sqrt[4]{x} \cdot \text{sen } x$
7. $f(x) = \sqrt[3]{x^2} \cdot \ln x$
8. $f(x) = \frac{3x-1}{x^2-2}$
9. $f(x) = \frac{1-x^2}{x-3}$
10. $f(x) = \frac{3x^2}{2x+3}$
11. $f(x) = \frac{x^2-x}{(x+1)^2}$
12. $f(x) = \left(\frac{5x}{3x^2-7x}\right)^4$
13. $f(x) = \sqrt{\frac{4x^3+1}{6x}}$
14. $f(x) = \sqrt{\ln(3x^4 - 2x)}$
15. $f(x) = \cos(2^{3x-5})$
16. $f(x) = 3\text{sen}^2(5 - x)$
17. $f(x) = \ln(\text{tg}(1 + x^2))$
18. $f(x) = (x^2 - 1) \cdot e^{3x+1}$
19. $f(x) = \text{sen}^2\left(\frac{x+1}{2x-3}\right)$
20. $f(x) = \ln(\sqrt{x + x^2})$

GEOMETRÍA

1. Dados los vectores $\vec{u} = (2, 1)$, $\vec{v} = \left(\frac{1}{3}, 2\right)$ y $\vec{w} = (-1, 3)$. Calcula:
a) $\vec{u} \cdot \vec{v}$ b) $(2\vec{u} + 3\vec{v}) \cdot \vec{w}$ c) $(\vec{u} \cdot \vec{w}) \cdot \vec{u}$ d) $|\vec{u}|$
2. Dados los vectores $\vec{a} = (1, x)$ y $\vec{b} = \left(\frac{3}{5}, \frac{-4}{5}\right)$.
a) Calcula x para que \vec{a} y \vec{b} sean perpendiculares.
b) Halla dos vectores unitarios perpendiculares a \vec{b}
3. Calcula m de modo que el producto escalar de $\vec{a} = (3, -2)$ y $\vec{b} = (m, 5)$ sea igual a 5.
4. Considera los vectores $\vec{x} = (a, 3)$ e $\vec{y} = (-1, b)$. Halla los valores de a y b para que \vec{x} e \vec{y} sean perpendiculares y el módulo de \vec{x} sea igual a 5.
5. Calcula k para que las rectas $r: x + 2y - 3 = 0$ y $s: x - ky + 4 = 0$ sean:
a) Paralelas b) Perpendiculares.

6. ¿Qué ángulo forman los vectores $\vec{u} = (-3, 1)$ y $\vec{v} = (4, -3)$? ¿Y los vectores $\vec{w} = (4, -5)$ y $\vec{s} = (5, 4)$?
7. Calcula x para que los vectores $\vec{u} = (3, 4)$ y $\vec{v} = (1, x)$ sean:
 - a) Ortogonales
 - b) Paralelos
 - c) Formen un ángulo de 60° .
8. Halla el simétrico del punto $P(3, 2)$ respecto de la recta $2x+y-3=0$.
9. Una recta pasa por el punto $A(-1, 3)$ y tiene por vector director a $\vec{v} = (2, 5)$.
Escribe su ecuación vectorial, paramétrica, continua y general.
10. Halla, en cada caso, la ecuación de la recta que pasa por el punto $P(4, -2)$ y es:
 - a) Paralela a la recta $2x - y + 3 = 0$. En forma paramétrica.
 - b) Perpendicular a la recta $r : -x + y - 2 = 0$. En forma continua.
 - c) Paralela a la recta $2x - y + 1 = 0$. En forma general.
 - d) Perpendicular a la recta $2y + 5 = 0$.

TRIGONOMETRÍA

1. Demuestra la siguiente igualdad: $\operatorname{sen} 2x \cdot \cos x - \operatorname{sen} x \cdot \cos 2x = \operatorname{sen} x$
2. Simplifica las expresiones siguientes:
 - a) $(1 + \operatorname{tg}^2 x) \cdot \cos^2 x$
 - b) $\frac{\sec^2 x - 1}{1 - \cos^2 x}$
3. Resuelve la siguiente ecuación: $\cos^3 x - 3 \cos x = 3 \cos x \cdot \operatorname{sen} x$.
4. Un piloto de un helicóptero está volando sobre una carretera recta. Él observa dos motos que están a 5 km de distancia entre sí, bajo un ángulo de 100° . Uno de los moteros ve el helicóptero bajo un ángulo de 32° . Determina la distancia del helicóptero al punto a cada una de las motos y la altitud del helicóptero.
5. En dos puertos, separados longitudinalmente por 20 km, se reciben a la vez señales de socorro de un barco que se encuentra en alta mar. El puerto A recibe la señal con un ángulo de 75° mientras que el B lo recibe bajo 60° . También se sabe que el barco está entre los dos puertos, pero perdido dentro del mar. Se pide calcular a qué distancia se encuentra de ellos.
6. Estamos en un punto A y medimos el ángulo bajo el que se ve un edificio. Sale 42° . Nos alejamos 40m y volvemos a medir el ángulo, obteniendo 35° . ¿Cuál es la altura del edificio y a qué distancia estábamos de él?
7. Una valla cuyo perímetro tiene forma triangular mide 20m en su lado mayor, 6m en otro y 60° en el ángulo que forman entre ambos. Calcula cuánto mide el perímetro de la valla.

